Все примеры разобрать и записать в тетрадь

Степень с натуральным показателем и её свойства

Определение. Степенью a^n называется произведение n одинаковых сомножителей, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n}$, где n- натуральное число $n=\{2,3,.....\}$; a – любое число.

Терминология

Терминология: a^n

a – *основание степени,*

n – *показатель степени,*

a^n- *степень, или а в n-ой степени, или n-ая степень числа а.*

Пример 1: Записать произведение в виде степени, назвать основание и показатель степени, вычислить, если возможно.

1. $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$- это по определению *4* в кубе или третья степень числа *4*, *4-* основание степени, *3-* показатель степени. Результат:

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$

Ответ: 64

2. $x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$- по определению, это *x* в четвертой степени, *x* – основание степени, *4* – показатель степени. Дальше вычислять нельзя, потому что *x* нужно присвоить конкретное значение.

Ответ: x^4

Пример 2: *Вычислить:*

а) $7^1 \cdot 3^2 \cdot (-2)^3 = 7 \cdot 9 \cdot (-8) = -504$

Теорема 1. Для любого числа *a* и любых натуральных *n* и *k* справедливо равенство:

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются, основание остается неизменным.

Теорема 2. Для любого числа *a* и любых натуральных *n* и *k*, таких, что *n > k* справедливо равенство:

$a^n : a^k = a^{n-k}$

При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели отнимаются, а основание остается неизменным.

Теорема 3. Для любого числа *a* и любых натуральных *n* и *k* справедливо равенство:

$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$

Теорема 4. Для любых чисел *a* и *b* и любого натурального *n* справедливо равенство:

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Теорема 5. Для любого числа *a* и *b* ($b \neq 0$) и любого натурального *n* справедливо равенство:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Пример 3: Представьте в виде степени.

Для решения следующих примеров воспользуемся теоремой 1.

а) $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$;

б) $y^6 \cdot y^4 = y^{6+4} = y^{10}$;

в) $z^5 \cdot z^{12} = z^{5+12} = z^{17}$;

г) $t^{10} \cdot t^{24} = t^{10+24} = t^{34}$;

д) $s^3 \cdot s^5 \cdot s^8 = s^{3+5+8} = s^{16}$;

е) $m^{13} \cdot m^8 \cdot m = m^{13+8+1} = m^{22}$;

ж) $n^4 \cdot n \cdot n^{10} = n^{15}$;

Пример 4: Представить в виде произведения степеней.

Для решения следующих примеров воспользуемся теоремой 4.

а) $(2a)^4 = 2^4 \cdot a^4 = 16a^4$

б) $(3b)^5 = 3^5 \cdot b^5$

в) $(6n)^2 = 6^2 \cdot n^2$

Пример 5: Запишите в виде степени произведения.

а) $16x^2 = 4^2 \cdot x^2 = (4x)^2$

б) $64x^4 = 8^2 \cdot (x^2)^2 = (8x^2)^2$

в) $16a^4b^4c^4 = 2^4a^4b^4c^4 = (2abc)^4$

г) $125m^3n^3k^3 = 5^3m^3n^3k^3 = (5mnk)^3$

Пример 6: Вычислить самым рациональным способом.

а) $5^3 \cdot 2^3 = (5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot (1.5)^7 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)^7 = 1^7 = 1$