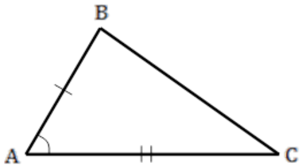
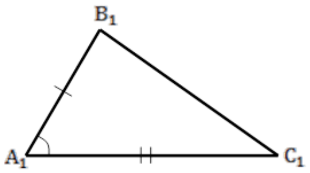
Все примеры разобрать и записать в тетрадь

Признаки равенства треугольников

«Равные треугольники» – треугольники, которые можно совместить наложением.

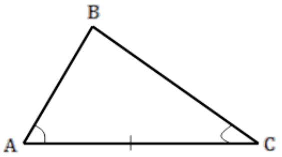
Признак 1: если две стороны и угол между ними одного треугольника и соответствующие им две стороны и угол между ними второго треугольника равны, то данные треугольники равны.

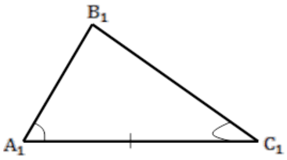




Ответ: 5 см, 15 см.

Признак 2: Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, такие треугольники равны.





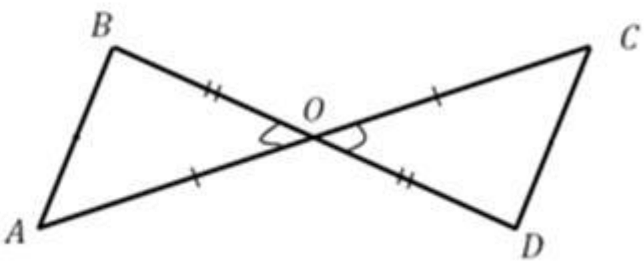
Признак 3: Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Решение задач

Пример 1:

Отрезки AC и BD точкой их пересечения O делятся пополам. Докажите, что $\Delta ABO = \Delta CDO$.

Доказательство: Выполним пояснительный рисунок.

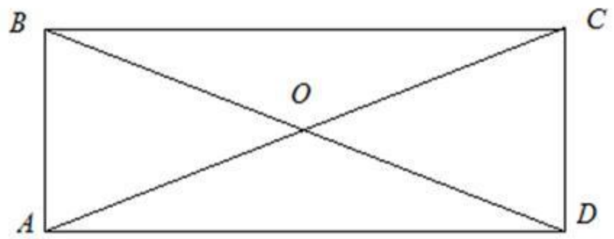


Отметим, что углы AOB и COD равны, как вертикальные, а стороны BO и AO треугольника AOB соответственно равны сторонам OD и OC треугольника COD. Поэтому треугольники AOB и COD равны по первому признаку.

Пример 2:

Отрезки AC и BD точкой пересечения делятся пополам. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta CDA$.

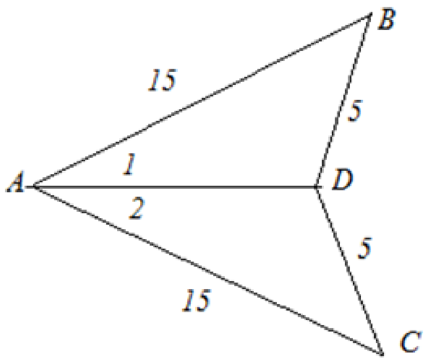
Решение:



В предыдущей задаче мы доказали, что $\Delta ABO = \Delta CDO$ по первому признаку. Из этих соображений мы можем сделать вывод, что AB = CD, ∠OAB = ∠OCD.

Теперь рассмотрим треугольники $\Delta ABC = \Delta CDA$. У них AC – общая сторона, AB=CD, а ∠CAB = ∠ACD (по доказанному). Поэтому $\Delta ABC = \Delta CDA$ по первому признаку равенства. Что и требовалось доказать.

Пример 3:



На рисунке 3 отрезки AB и AC равны. Угол 1 равен углу 2. Известно, что AC = 15 см, DC = 5 см. Доказать, что $\Delta ABD = \Delta ACD$. Найдите длины отрезков BD и AB.

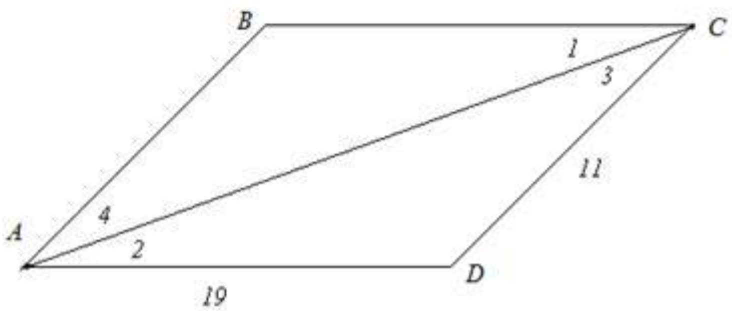
Треугольники $\Delta ABD = \Delta ACD$ равны по первому признаку, ведь ∠1 = ∠2, AB = AC, а AD – общая сторона у обоих треугольников. Из равенства треугольников следует равенство некоторых их соответствующих элементов, поэтому: BD = CD = 5 см,

AB = AC = 15 см.

Пример 4:

Известно, что $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4, AD = 19\text{ см}, CD = 11\text{ см}$. Найти стороны AB и BC.

Решение: Выполним пояснительный рисунок к задаче.

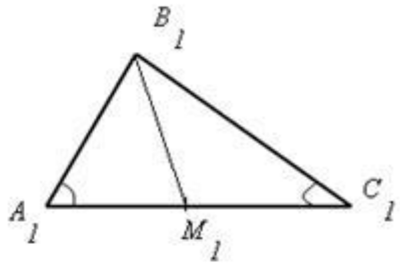


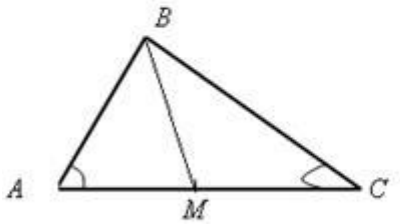
Поскольку $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4, AC - \text{общая сторона}$, то треугольники ABC и ADC равны по второму признаку. Из равенства треугольников следует, что $AD = BC = 19\text{ см}, CD = AB = 11\text{ см}$.

Ответ: 11 см, 19 см.

Пример 5:

В изображенных треугольниках ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, и медианы BM и BM_1 тоже равны. Доказать равенство треугольников: ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$.





Доказательство:

Вследствие того, что M и M_1 – середины равных отрезков, то $A_1M_1 = AM$. $AB = A_1B_1$, $BM = BM_1$ (по условию). Следовательно, ΔABM и $\Delta A_1B_1M_1$ по третьему признаку. Из равенства треугольников следует равенство углов $\angle A = \angle A_1$.

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ (по условию), $\angle A = \angle A_1$ (по доказанному). Следовательно, ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ по первому признаку.

Что и требовалось доказать.