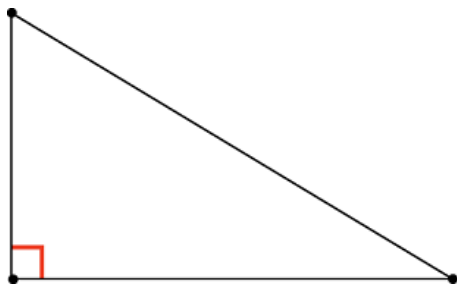


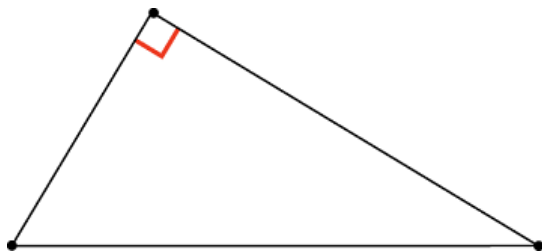
Прямоугольный треугольник и его свойства



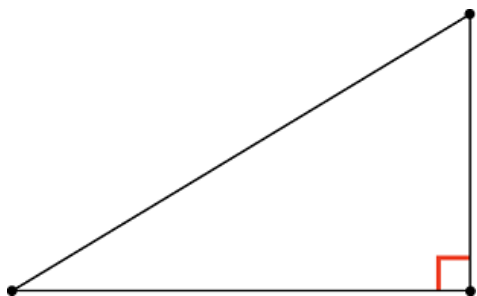
Что такое прямоугольный треугольник?
Посмотри на картинку. Название говорит само за себя.

**Прямоугольный треугольник – такой треугольник,
один из углов которого – прямой
(то есть равен 90°)**

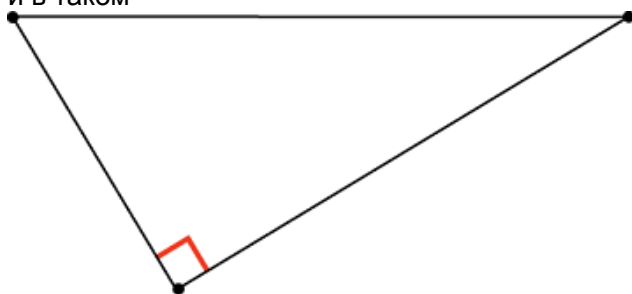
В задачах прямой угол вовсе не обязательно – левый нижний, так что тебе нужно научиться узнавать прямоугольный треугольник и в таком виде,



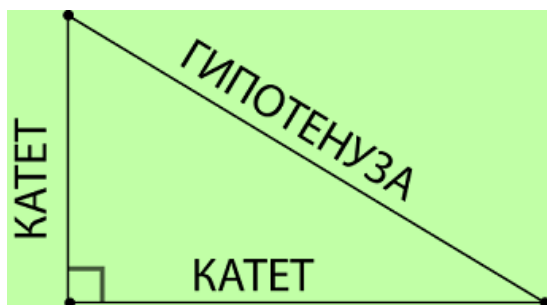
и в таком,



и в таком



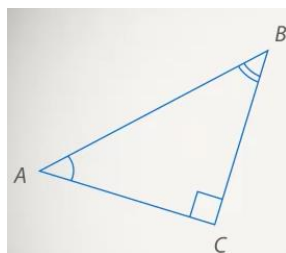
Стороны, между которыми прямой угол, называются катеты, а третья сторона (самая длинная) называется гипотенуза.



Ну вот, названия обсудили, теперь самое важное: свойства прямоугольных треугольников.

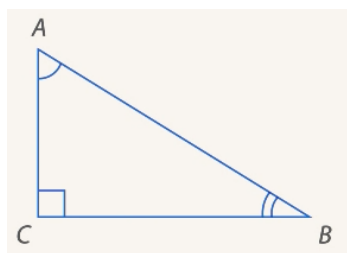
Свойство 1

Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .



$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

Разберемся, почему речь идет именно об острых углах. Рассмотрим $\triangle ABC$

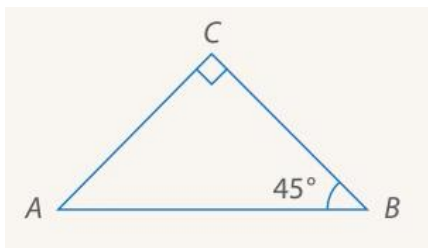


Сумма всех трех углов треугольника $\angle ACB + \angle CAB + \angle ABC = 180^\circ$. Как мы знаем, один из углов прямоугольного треугольника $\angle ACB = 90^\circ$, значит, сумма оставшихся $\angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$. Из этого следует, что они острые: раз их сумма равна 90° , то каждый из них меньше 90° . Получили, что $\angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$, то есть свойство доказано.

Свойство 2

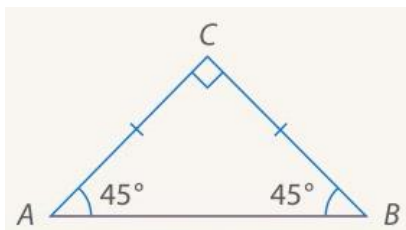
Если в прямоугольном треугольнике один из углов равен 45° , то такой треугольник – равнобедренный.

Доказательство. Пусть $\angle ABC = 45^\circ$ (см. Рис. 6).



Прямоугольный треугольник с углом $\angle ABC = 45^\circ$

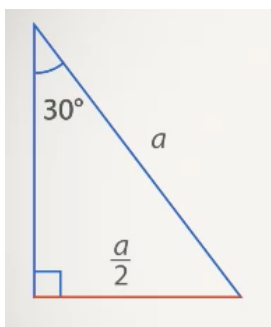
Исходя из первого свойства, $\angle CAB = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Получаем, что $\angle ABC = \angle CAB = 45^\circ$. Тогда треугольник равнобедренный по признаку – углы при основании равны. Значит, катеты равны $AC = BC$.



Углы при основании равны – треугольник равнобедренный

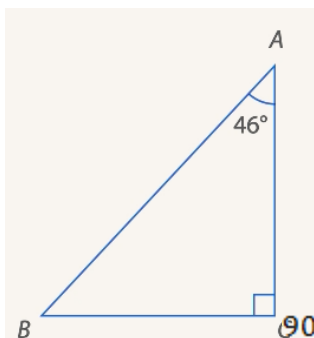
Свойство 3

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы



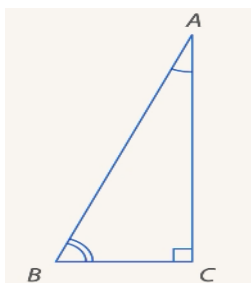
Примеры

1. В прямоугольном $\triangle ABC$; $\angle CAB = 46^\circ$ и $\angle ACB = 90^\circ$. Найти угол $\angle ABC$



Решение. По свойству 1 сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° , значит, $\angle CAB = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$. Ответ: 44° .

2. Один из углов прямоугольного $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$) втрое меньше другого ($\angle 1 = 3 \cdot \angle 2$). Найти острые углы треугольника $\angle ABC$ и $\angle CAB$.

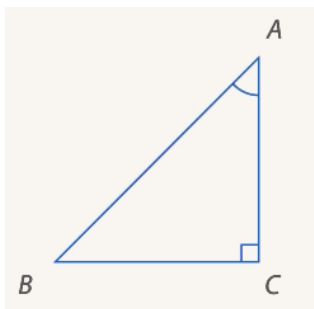


Решение. Ясно, что искомый угол – один из острых. Тогда он может быть меньше либо другого острого, либо меньше прямого, то есть нужно рассмотреть два варианта.

1. Один острый угол втрое меньше другого острого угла. Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle CAB = 3\alpha$. По свойству 1 $\angle ABC + \angle CAB = \alpha + 3\alpha = 4\alpha = 90^\circ$.
Значит, $\alpha = 90^\circ : 4 = 22,5^\circ = 22^\circ 30'$, а тогда $3\alpha = 3 \cdot 22^\circ 30' = 67^\circ 30'$.

Ответ: 1. 30° и 60° ; 2. $22^\circ 30'$ и $67^\circ 30'$.

3. В прямоугольном треугольнике $\triangle ABC$ $\angle ACB = 90^\circ$ катет $AC = 8$ см, $\angle CAB = 45^\circ$.
Найти катет BC (см. Рис. 21).

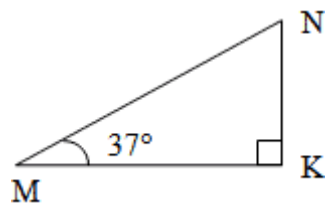


Решение. По свойству 2, если $\angle CAB = 45^\circ$, то $\angle ABC = 45^\circ$ тоже.
Значит, $\triangle ABC$ – равнобедренный, у которого $AC = BC = 8$ см.

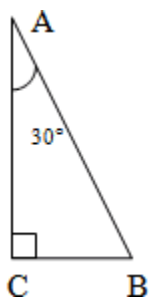
Ответ: 8 см.

ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Найти: $\angle N$



2. $AB=12\text{см}$. Найти: BC



3. $PD = 1,2\text{см}$. Найти: PQ

